سرعة الأمواج الصوتية

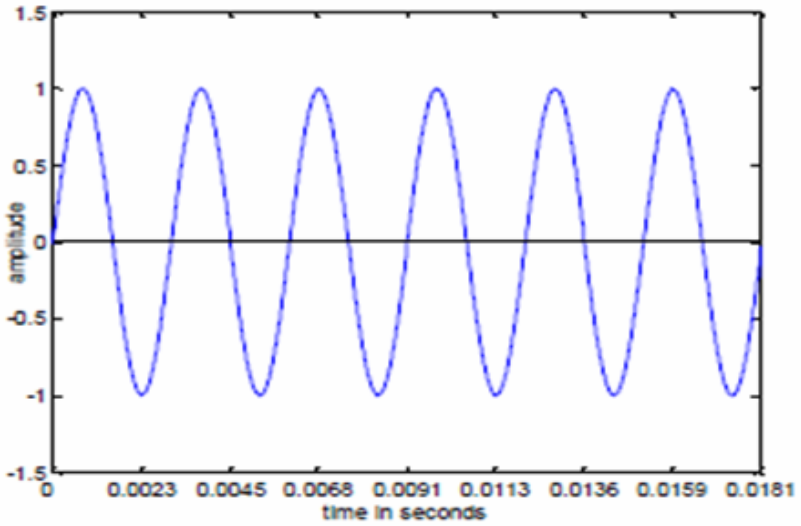
Speed of Sound Waves

مقدمة (Introduction):

يقدم هذا الفصل معلومات عامة عن الأمواج الجيبية وأبعادها (Sine Waves and their Dimensions) وفرق الطور (Phase Difference) وفرق الزمن (Difference Time) ومن ثم يتعرض لسرعة الأمواج الصوتية مع العلاقات الناظمة لهذه السرع في الأوساط الصلبة والسائلة والغازية.

1.2الأمواج الجيبية وأبعادها (Sine Waves and their Dimensions)

تعرف الموجة الجيبية على أنها أبسط أنواع الأمواج الدورية التي يمكن توليدها، حيث تدور الموجة الجيبية بـ 2π وتنتج الأمواج الجيبية نغمة صافية بتواتر وحيد (الشكل 1.2).



الشكل 1.2: يبيّن تحولات سعة الموجة الجيبية كتابع للزمن.

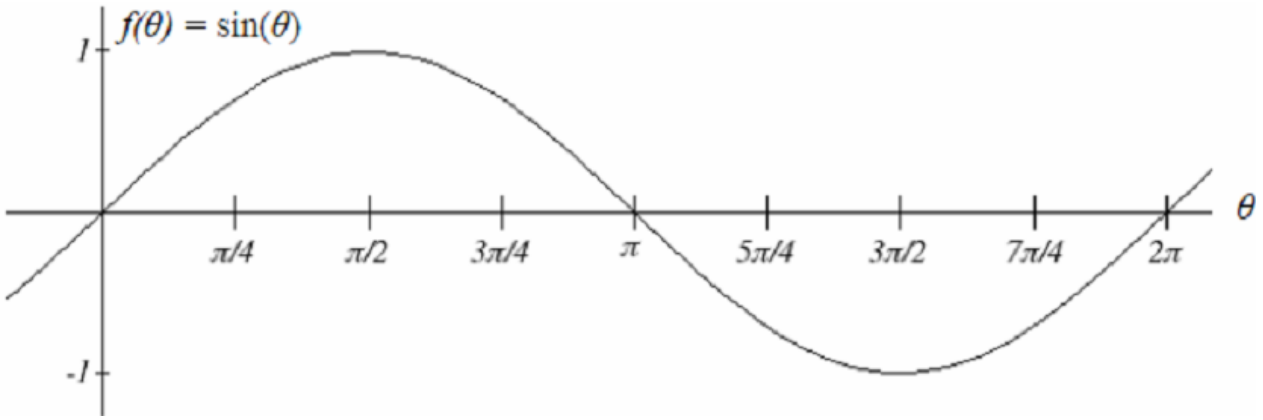
حيث تحدد السعة A مقدار الموجة الجيبية على طول المحور الشاقولي بينما يحدد التواتر f عدد القمم التي تحدث في الثانية على طول المحور الأفقي. في حال زيادة التواتر، فإن القمم تقترب من بعضها البعض مع الزمن وتهتز الموجة بسرعة أكبر.

يمكن الحصول على أموج مركبة (Complex waves) بإضافة عدة أمواج sin/cos مع بعضها البعض والتي تدعى نظرية فوريه.

يملك التابع الجيبي حقل (domain) على كامل الأعداد الحقيقية $(-\infty, +\infty)$، ولكن المجال هو فقط [1+ ,1-] منذ ان كل الأحداثيات على y في واحدة الدائرة يجب أن تكون بين 1- و1+ (الشكل 2.2).

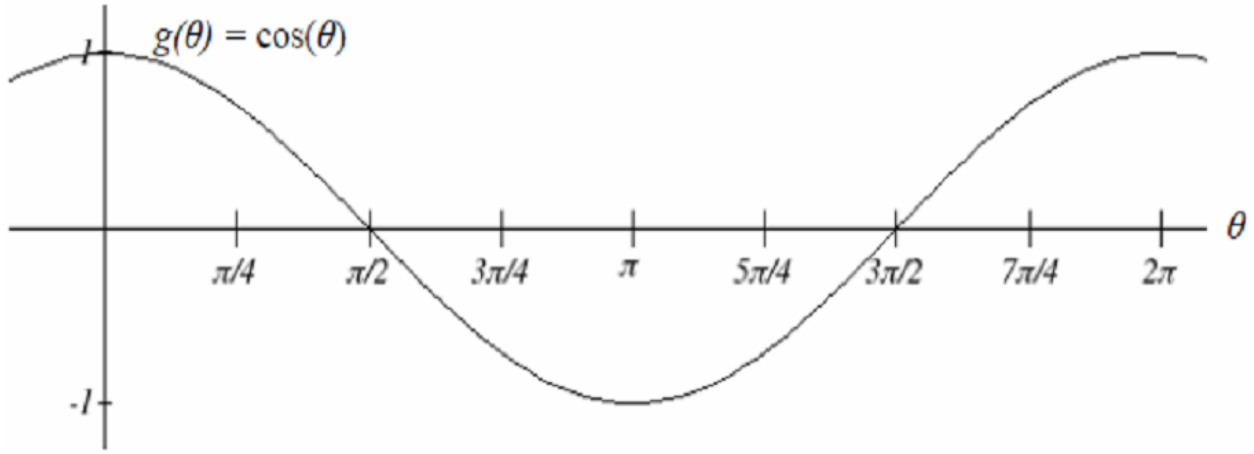
الجيب هو تابع رياضي له الشكل:

$$y = \sin(x) \qquad 1.2$$



الشكل 2.2: تكون قيم الجيب موجبة بين 0 وπ والموافقة لقيم الجيب في الربعين الأول والثاني في واحدة الدائرة المثلثية، بينما تكون قيم الجيب سالبة بين π و2π والموافقة لقيم الجيب في الربعين الثالث والرابع.

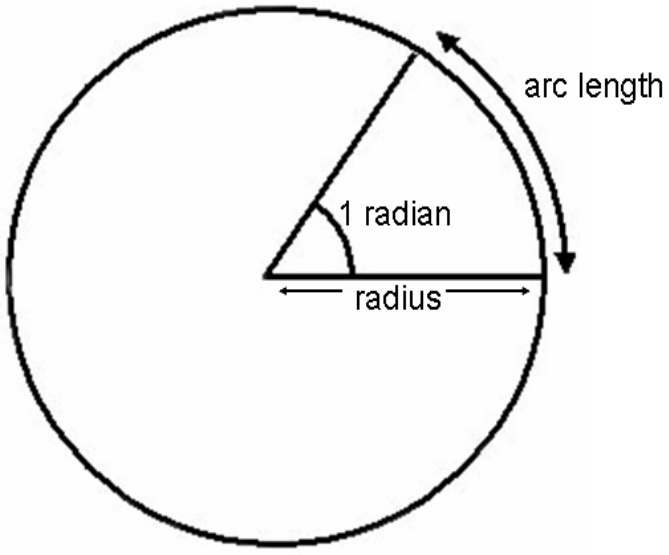
بشكل مشابه، فإن حقل تابع الـ cosine هو $(-\infty, +\infty)$، والمجال 1- و 1+ (الشكل 3.2).



الشكل3.2: أن تابع التجب مثل تابع الجيب، فنستطيع أخذ قيم تابع التجب في أرباع الدائرة المثلثية كما في تابع الجيب.

الرديان (Radian)

يعّرف الراديان على أنه الزاوية المقابلة لطول قوس من دائرة على نصف قطر القوس كما هو واضح في الشكل 4.2.



الشكل 4.2: يعّرف الراديان على أنه الزاوية المقابلة لطول قوس من دائرة على نصف قطر القوس.

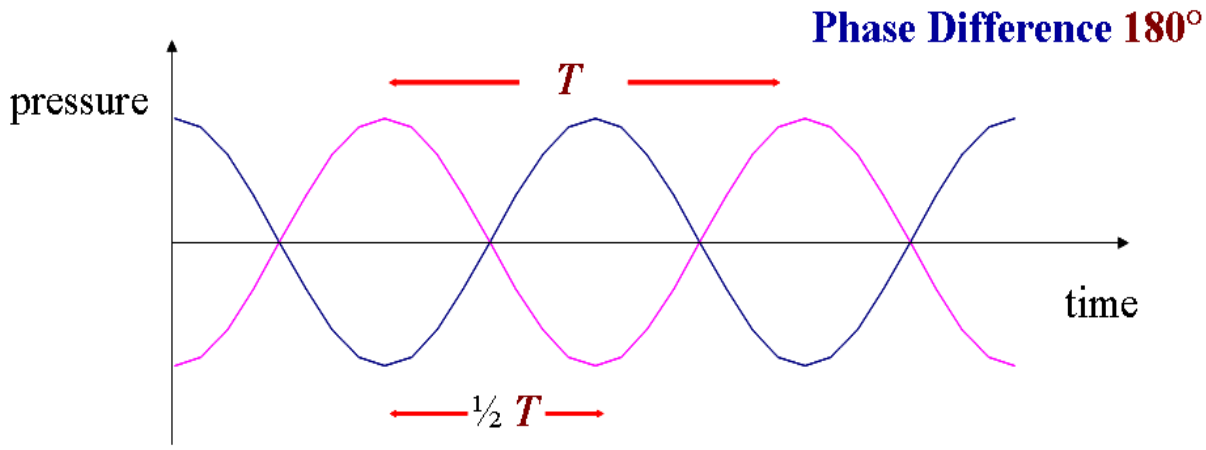
حيث يرتبط طول قوس الدائرة مع نصف قطر القوس بالعلاقة الآتية:

$$\theta = \frac{s}{r} \qquad 2.2$$

$$\Rightarrow 1\,\text{rad} = \frac{360^o}{2\pi} \cong 57.3^o \qquad 3.2$$

فرق الطور (Phase Difference)

يصف طور الموجة الدورية أين تقع الموجة في دورتها (cycle). أما فرق الطور فيستخدم لوصف موضع الطور لموجة بالنسبة لموجة آخرى (الشكل 5.2).



الشكل 5.2: يمثل موجتي ضغط فرق الطور بينهما 180 درجة.

يمكن حساب فرق الطور بين موجتين متماثلتين في الدور بالعلاقة الآتية:

$$\text{Phase Difference} = (2\pi/T) \times \text{Time Difference} \qquad 4.2$$

مثال (1.2):

إذا كان لدينا موجتان لهما نفس الدور 0.05 s وتم توليدهما بفارق زمني مقداره 0.00625 s والمطلوب حساب فرق الطور بينهما.

الحل:

بتطبيق علاقة فرق الطور نجد:

$$\text{Phase Difference} = (2\pi / 0.05) \times 0.00625 = 0.7853\ \text{rad}$$

مثال (2.2):

إذا كان لدينا موجتان لهما نفس التواتر 100 Hz وتم توليدهما بفارق زمني مقداره 0.005 s والمطلوب حساب فرق الطور بينهما.

الحل:

يرتبط التواتر مع الدور بالعلاقة:

$$T = 1/f \Rightarrow T = 1/100 = 0.01\,\text{s}$$

$$\text{Phase Difference} = (2\pi / T) \times \text{Time Difference}$$

$$= (2\pi/0.01) \times 0.005 = \pi\ \text{rad, which is}\ 180^o.$$

فرق الزمن (Time Difference)

يمكن حساب فرق الزمن بين موجتين متماثلتين في الدور بالعلاقة:

$$\text{Time Difference} = \boldsymbol{T} \times \text{Phase Difference (in cycles)} \qquad 5.2$$

مثال (3.2):

إذا كان لدينا موجتان لهما نفس الدور 0.05 s وكان فرق الطور بينهما 45° والمطلوب حساب فرق الزمن بين هاتين الموجتين.

الحل:

$$\text{Time Difference} = 0.05 \times (1/8) = 0.00625\,\text{s} = 6.25\,\text{ms}$$

حيث يعبر عن 45° بالدورات بـ 1\8.

2.2 سرعة الأمواج الصوتية (Speed of Sound Waves)

هي السرعة التي تنتقل بها الأمواج الصوتيّة وتتوقف سرعة انتشار الصوت على نوع الوسط الذي ينتشر فيه الصوت. كلما كانت جسيمات الوسط أكثر تقارباً كانت سرعة الصوت أكبر. وكلما كانت جسيمات الوسط أكثر تباعداً كانت سرعة الصوت أقل، ويمكن أن يختفي الصوت فيها إذا كانت تحوي فراغات كثيرة، كما يحدث في الاسفنج أو المطاط. فسرعة الصوت في الأجسام الصلبة أكبر من سرعة انتشارها في السوائل والغازات، أما سرعة انتشار الصوت في السوائل فهي أكبر من سرعتها في الغازات.

يبيّن الجدول 1.1 سرعة الصوت في عدد من الأوساط المختلفة:

الوسط	السرعة بالأمتار في الثانية
الألومنيوم	5,000
الخشب	4,110
الزجاج	4,540
الطوب	3,650
الفولاذ	5,200
ماء البحر عند 25°م	1,531
الماء المقطر عند 25°م	1,496
الهواء عند 15°م	340

الجدول 1.1: يبيّن سرعة الصوت في عدد من الأوساط المختلفة.

من أجل الأمواج الميكانيكية بالعموم، فإن العبارة التي تعطي سرعة الموجة تكون بالشكل:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Restoring force returning the system to equilibrium}}{\text{Inertia resisting the return to equilibrium}}}$$

عندما تنتشر موجة طولية في مائع أو أنبوب، فإن سرعة الموجة الطولية تعطى بالعلاقة:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad \textbf{(speed of a longitudinal wave in a fluid)} \quad \textbf{(6.2)}$$

حيث B هو المعامل الحجمي و ρ هي كثافة المائع.

أما عندما تنتشر موجة طولية في قضيب صلب، فإن سرعة الموجة الطولية تعطى بالعلاقة:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad \textbf{(}\text{speed of a longitudinal wave in a solid rod}\textbf{)} \qquad \textbf{(7.2)}$$

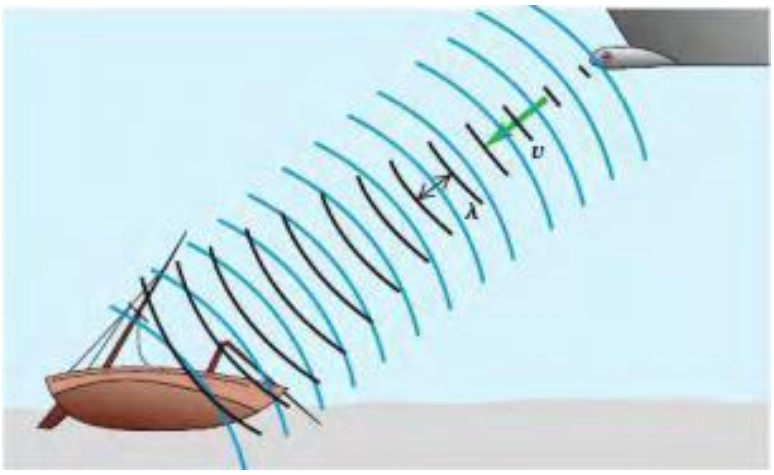
حيث Yهو معامل يونغ (Young's modulus).

$$Y = \frac{\text{Tensile stress}}{\text{Tnsile strain}} = \frac{F_\perp / A}{\Delta\ell / \ell_o} = \frac{F_\perp}{A}\frac{\ell_o}{\Delta\ell} \qquad \textbf{(8.2)}$$

(Young's modulus)

مثال (4.2): طول الموجة لأمواج السونر (Wavelength of sonar waves)

تستخدم سفينة نظام السونر (الشكل 6.2) لتحديد مواضع الأجسام تحت الماء. أوجد سرعة الصوتية في الماء ومن ثم أوجد طول الموجة للموجة ذات التواتر 262-Hz. حيث $B = 2.18 \times 10^9$ Pa.



الشكل 6.2: يستخدم نظام السونر أمواج صوتية للكشف عن مواضع الأجسام تحت الماء.

الحل:

في هذا المثال المطلوب حساب كل من السرعة وطول الموجة الصوتية في الماء. باستخدام المعادلة 5.1 وبما أن كثافة الماء هي (ρ = 1.00×10^3 kg/m^3) نجد:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2.18\times10^9\ \text{Pa}}{1.00\times10^3\ \text{kg/m}^3}} = 1480\ \text{m/s}$$

أما طول الموجة فيحسب من العلاقة الآتية:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1480\ \text{m/s}}{262\ \text{s}^{-1}} = 5.65\ \text{m}$$

يصدر الدولفين أمواج صوتية بتواتر مرتفع (بشكل نموذجي 100,000 Hz) ويستخدم الأمواج المرتدة (echoes) في التوجيه والصيد. فيكون طول الموجة الموافق في الماء 1.48 cm. بواسطة هذا النظام عالي التواتر (sonar) يمكن أن يتحسس لأجسام والتي تكون بشكل تقريبي بصغر طول الموجة (ولكن ليس أصغر بكثير منها).

التصوير بالأمواج فوق الصوتية (*Ultrasonic imaging*): هو تقنية طبية تستخدم نفس المبدأ الفيزيائي. يتم مسح جسم الأنسان بأمواج ذات تواتر عالي جداً وطول موجة قصير جداً. ويتم استخدام الأمواج المرتدة من الأعضاء الداخلية للجسم في توليد صورة (image). مع موجة فوق صوتية تواتراها $5 \text{ MHz} = 5 \times 10^6 \text{ Hz}$ ، يكون طول الموجة في الماء (المكون الرئيسي للجسم) 0.3 mm، فإن أي ميزات أو قسمات بنفس صغر طول الموجة يمكن تميزها في الصورة (كما هو واضح في الشكل 7.2).

الشكل7.2: صورة ثلاثية الأبعاد لجنين في الرحم مأخوذة باستخدام سلسلة من المسحات (scans) بالأمواج فوق الصوتية. حيث تظهر كل مسحة منفردة شريحة ثنائية الأبعاد للجنين، ومن ثم يتم إضافة العديد من هذه الشرائح بشكل رقمي (digitally).

يستخدم جهاز التصوير بالأمواج فوق الصوتية لدراسة والكشف عن صممامات القلب، الكشف عن الأورام (tumors) والكشف الدوري للجنين (prenatal examinations). يملك التصوير بالأمواج فوق الصوتية حساسية أكبر من الأشعة السينية (x-rays) في التميز بين أنواع مختلفة من الأنسجة وبدون أخطار أشعاعية المترفقة مع الأشعة السينية.

سرعة الأمواج الصوتية في الغازات (Speed of Sound in Gases)

معظم الأمواج الصوتية التي نصادفها في حياتنا اليومية تنتشر في الهواء. لاستخدام المعادلة 6.2 لحساب سرعة انتشار الأمواج الصوتية في الهواء، يجب أن نضع في ذهننا أن المعامل الحجمي للغاز يعتمد على ضغط الغاز. كلما طبقنا ضغط أكبر على الغاز للقيام بعملية ضغطه، كلما زادت ممانعة الغاز لأي انضغاطات آخرى وبالتالي يكون المعامل الحجمي أكبر. فتكون عبارة المعامل الحجمي لغار لاستخدامها في المعادلة6.2:

$$B = \gamma\, p_{\text{o}} \qquad \textbf{(9.2)}$$

حيث p_{o} هو ضغط توان الغاز و γ نسبة السعات الحرارية (ratio of heat capacities).

أن سرعة الصوت تابعة بشكل أساسي لدرجة الحرارة (T) وبالتالي:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \qquad \textbf{(speed sound in an ideal gas)} \qquad \textbf{(10.2)}$$

حيث T هي درجة الحرارة المطلقة وتقدر بلكلفن (K) والتي تساوي درجة الحرارة المئوية مضافاً إليها 273.15 وM هي الكتلة المولية (molar mass) أي الكتلة في المول للمادة وR هو ثابت الغازات العام (gas constant) J/mol K(8.314472 (15) = R.

مثال (5.2): سرعة الصوت في الهواء (Speed of sound in air)

أوجد سرعة الصوت في الهواء عند درجة الحرارة $T = 20°C$، وأوجد مجال الأطوال الموجية في الهواء الذي تكون فيه أذان الأنسان (والتي يمكن أن تتحسس لتواترات في المجال 20,000 Hz – 20) حساسة. حيث أن الكتلة المولية للهواء (والذي هو مزيج من النتروجين والاوكسجين) $M = 28.8 \times 10^{-3}$ kg/mol ونسبة السعات الحرارية $\gamma = 1.40$.

الحل:

لإيجاد سرعة الصوت في الهواء نستخدم المعادلة 10.2، حيث $T = 20^oC = 293$ K:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{(1.40)(8.314\,\mathrm{J/mol.K})(293\,\mathrm{K})}{28.8\times10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}}} = 344\,\mathrm{m/s}$$

باستخدام قيمة v مع العبارة $v = f\lambda$ فإننا نجد:

عند درجة الحرارة 20^oC والتواتر 20-Hz يكون طول الموجة الموافق 17 m.

أما عند درجة الحرارة 20^oC والتواتر 20,000-Hz يكون طول الموجة الموافق 1.7 cm.

مسائل غير محلولة

1.2 (a) لكي لدينا غاز كثافته $1300\ kg/m^3$، لقد وجدنا أن الأمواج الطولية ذات التواتر 400 Hz تملك طول موجة مقداره 8.00 m. احسب المعامل الحجمي لهذا السائل. **(b)** ليكن لدينا قضيب معدني طوله 1.50 m وكثافته $6400\ kg/m^3$. تأخذ الأمواج الطولية $3.90 \times 10^{-4}\ s$ لتنتقل من أحدى نهايتي القضيب إلى النهاية الآخرى. ما هو معامل يانغ لهذا المعدن؟

2.2 يهتز هزاز بتواتر مقداره 1250 Hz منتجاً موجة صوتية والتي تنتقل خلال غاز مثالي بسرعة 325 m/s عندما تكون درجة حرارة الغاز 22.0°C. من أجل تجربة معينة، تحتاج لنفس الهزاز لتنتج صوت طول موجته 28.5 cm في هذا الغاز. ماذا يجب أن تكون درجة حرارة الغاز للحصول على طول الموجة هذه؟

****